

Prova scritta di Analisi Matematica 1
Corso di laurea in Ingegneria per l'Ambiente e il Territorio
13/12/05 (a.a. 2005/2006) - Prova n. 1

Cognome e nome:

Matricola:

Svolgere i seguenti tre esercizi giustificando, in italiano, i passaggi in modo chiaro e corretto (non si accettano abbreviazioni *stile messaggini*). Menzionare i teoremi che intervengono nella risoluzione degli esercizi.

Esercizio 1

- a) Rispondere alla seguente domanda: *cosa significa affermare che la retta $y = mx + q$ è l'asintoto sinistro di una funzione $f(x)$?*
- b) Determinare l'asintoto sinistro di

$$f(x) = \sqrt{4x^2 - |x + 1|} + \cos \frac{1}{x}$$

Esercizio 2

Determinare il carattere della seguente serie:

$$\sum_{k=3}^{+\infty} \arctan(2k\pi)$$

Esercizio 3

Sia $f: J \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione definita in un intervallo. Provare che se $F(x)$ è una primitiva di $f(x)$, allora ogni altra primitiva si ottiene aggiungendo ad $F(x)$ un'opportuna costante. Mostrare con un esempio che tale implicazione è falsa se si rimuove l'ipotesi che f sia definita in un intervallo.

Posizione dello studente nell'aula: (,)

La *posizione* consiste di due numeri naturali (come per gli elementi di una matrice): il primo indica la fila in cui è situato lo studente (il verso è dalla cattedra al fondo dell'aula), il secondo riguarda la colonna (contando a partire dalla sinistra dello studente).

Prova scritta di Analisi Matematica 1
Corso di laurea in Ingegneria per l'Ambiente e il Territorio
10/1/06 (a.a. 2005/2006) - Prova n. 2

Cognome e nome:

Matricola:

Svolgere i seguenti tre esercizi giustificando, in italiano, i passaggi in modo chiaro e corretto (non si accettano abbreviazioni *stile messaggini*). Menzionare i teoremi che intervengono nella risoluzione degli esercizi.

Esercizio 1

Determinare i punti estremanti della restrizione di

$$f(x) = |x + 2|x$$

all'intervallo $[-2, 1]$.

Concludere l'esercizio elencando i punti trovati e specificando quali sono di massimo e quali di minimo (in caso contrario l'esercizio non verrà valutato).

Esercizio 2

Determinare il

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x),$$

dove

$$f(x) := \frac{1}{x} \int_1^x \frac{2}{t^2 + \sin^2 t} dt$$

Esercizio 3

Sia f una funzione definita in un intervallo (per semplicità si supponga che tale intervallo coincida con tutto l'asse reale). Provare che se f è derivabile con derivata nulla in ogni punto del dominio, allora è costante. Mostrare con un esempio che esistono funzioni non costanti, derivabili, con derivata nulla in ogni punto del loro dominio.

Posizione dello studente nell'aula: (,)

La *posizione* consiste di due numeri naturali (come per gli elementi di una matrice): il primo indica la fila in cui è situato lo studente (il verso è dalla cattedra al fondo dell'aula), il secondo riguarda la colonna (contando a partire dalla sinistra dello studente).

Prova scritta di Analisi Matematica 1
Corso di laurea in Ingegneria per l'Ambiente e il Territorio
21/3/06 (a.a. 2005/2006) - Prova n. 3

Cognome e nome:

Matricola:

Svolgere i seguenti tre esercizi giustificando, in italiano, i passaggi in modo chiaro e corretto (non si accettano abbreviazioni *stile messaggini*). Menzionare i teoremi che intervengono nella risoluzione degli esercizi.

Esercizio 1

Si consideri la restrizione della funzione

$$f(x) = |x^3 + 1|$$

all'intervallo $[-2, 1]$.

Dopo aver trovato i punti estremanti di tale restrizione, se ne determini l'immagine.

Concludere l'esercizio rispondendo alla seguente domanda: *per quali valori del parametro λ l'equazione $|x^3 + 1| + 2\lambda = 0$ ammette almeno una soluzione nell'intervallo $[-2, 1]$?*

Esercizio 2

Determinare la formula di MacLaurin del quinto ordine di

$$f(x) = \frac{x^5 e^{-x} \cos 2x}{|2 - x^8 + 3x^{10}|}.$$

Avvertenza: se si svolgono troppi calcoli vuol dire che non si ha chiaro il concetto di formula di MacLaurin.

Esercizio 3

Enunciare il Teorema di Rolle e darne una dimostrazione.

Posizione dello studente nell'aula: (,)

La *posizione* consiste di due numeri naturali (come per gli elementi di una matrice): il primo indica la fila in cui è situato lo studente (il verso è dalla cattedra al fondo dell'aula), il secondo riguarda la colonna (contando a partire dalla sinistra dello studente).

Prova scritta di Analisi Matematica 1
Corso di laurea in Ingegneria per l'Ambiente e il Territorio
4/4/06 (a.a. 2005/2006) - Prova n. 4

Cognome e nome:

Matricola:

Svolgere i seguenti tre esercizi giustificando, in italiano, i passaggi in modo chiaro e corretto (non si accettano abbreviazioni *stile messaggini*). Menzionare i teoremi che intervengono nella risoluzione degli esercizi.

Esercizio 1

Risolvere la seguente disequazione:

$$\frac{1}{x} < 1$$

Esercizio 2

Determinare il carattere della seguente serie numerica:

$$\sum_{n=3}^{+\infty} \cosh\left(\frac{n-1}{1+n^3}\right)$$

Esercizio 3

Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile. Provare che se f è crescente, allora (necessariamente) risulta $f'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$.

Posizione dello studente nell'aula: (,)

La *posizione* consiste di due numeri naturali (come per gli elementi di una matrice): il primo indica la fila in cui è situato lo studente (il verso è dalla cattedra al fondo dell'aula), il secondo riguarda la colonna (contando a partire dalla sinistra dello studente).

Prova scritta di Analisi Matematica 1
Corso di laurea in Ingegneria per l'Ambiente e il Territorio
22/6/06 (a.a. 2005/2006) - Prova n. 5

Cognome e nome:

Matricola:

Svolgere i seguenti tre esercizi giustificando, in italiano, i passaggi in modo chiaro e corretto (non si accettano abbreviazioni *stile messaggini*). Menzionare i teoremi che intervengono nella risoluzione degli esercizi.

Esercizio 1

Determinare la formula di MacLaurin del sesto ordine di

$$f(x) = 2x^5 + x + |x - 1| - |x|x^8$$

Esercizio 2

Mostrare che l'equazione

$$x^3 + |x - 1| + \sin x = 0$$

ammette almeno una soluzione negativa.

Esercizio 3

Dedurre dalla definizione di $\arctang x$ (e da un noto teorema) che

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \arctang x = -\frac{\pi}{2}$$

Posizione dello studente nell'aula: (,)

La *posizione* consiste di due numeri naturali (come per gli elementi di una matrice): il primo indica la fila in cui è situato lo studente (il verso è dalla cattedra al fondo dell'aula), il secondo riguarda la colonna (contando a partire dalla sinistra dello studente).

Prova scritta di Analisi Matematica 1
Corso di laurea in Ingegneria per l'Ambiente e il Territorio
11/7/06 (a.a. 2005/2006) - Prova n. 6

Cognome e nome:

Matricola:

Svolgere i seguenti tre esercizi giustificando, in italiano, i passaggi in modo chiaro e corretto (non si accettano abbreviazioni *stile messaggini*). Menzionare i teoremi che intervengono nella risoluzione degli esercizi.

Esercizio 1

Calcolare il seguente integrale:

$$\int_{-2}^0 x|x^2 - 1| dx$$

Esercizio 2

Calcolare la derivata nel punto $x = -2$ della seguente funzione:

$$f(x) = |x + 1| \arctan(2|x + 3|)$$

Esercizio 3

Calcolare il valore assunto nel punto $x = -2$ dalla soluzione (massimale) del seguente problema di Cauchy:

$$y' = x(1 + y), \quad y(1) = -1$$

Posizione dello studente nell'aula: (,)

La *posizione* consiste di due numeri naturali (come per gli elementi di una matrice): il primo indica la fila in cui è situato lo studente (il verso è dalla cattedra al fondo dell'aula), il secondo riguarda la colonna (contando a partire dalla sinistra dello studente).

Prova scritta di Analisi Matematica 1
Corso di laurea in Ingegneria per l'Ambiente e il Territorio
5/9/06 (a.a. 2005/2006) - Prova n. 7

Cognome e nome:

Matricola:

Svolgere i seguenti tre esercizi giustificando, in italiano, i passaggi in modo chiaro e corretto (non si accettano abbreviazioni *stile messaggini*). Menzionare i teoremi che intervengono nella risoluzione degli esercizi.

Esercizio 1

Determinare il dominio della seguente funzione:

$$\sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(|x-6|)}$$

Esercizio 2

Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$y'' + y = \sin x, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0.$$

Esercizio 3

Enunciare il primo teorema della media per gli integrali e darne una dimostrazione.

Posizione dello studente nell'aula: (,)

La *posizione* consiste di due numeri naturali (come per gli elementi di una matrice): il primo indica la fila in cui è situato lo studente (il verso è dalla cattedra al fondo dell'aula), il secondo riguarda la colonna (contando a partire dalla sinistra dello studente).