

Prova scritta di Analisi Matematica 1  
Corso di laurea in Ingegneria per l'Ambiente e il Territorio  
8/11/04 (a.a. 2004/2005) - Prova "in itinere"

---

**Cognome e nome:**

**Matricola:**

Svolgere i seguenti tre esercizi giustificando, in italiano, i passaggi in modo chiaro e corretto (non si accettano abbreviazioni *stile messaggini*). Menzionare i teoremi che intervengono nella risoluzione degli esercizi.

---

**Esercizio 1**

Calcolare il

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\left(\frac{1}{1+x}\right)^x \cos x}{x^2 + x}$$

N.B. Se si svolgono troppi calcoli significa che non si è scelto il metodo più appropriato alla risoluzione dell'esercizio.

---

**Esercizio 2**

Determinare il dominio della seguente funzione:

$$f(x) = \log(1 - 1/x) - x\sqrt{2-x}$$

---

**Esercizio 3**

Provare che se una funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  è decrescente, allora

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \sup f.$$

---

**Posizione dello studente nell'aula:** (   ,   )

La *posizione* consiste di due numeri naturali (come per gli elementi di una matrice): il primo indica la fila in cui è situato lo studente (il verso è dalla cattedra al fondo dell'aula), il secondo riguarda la colonna (contando a partire dalla sinistra dello studente).

Prova scritta di Analisi Matematica 1  
Corso di laurea in Ingegneria per l'Ambiente e il Territorio  
25/1/05 (a.a. 2004/2005) - Prova n. 1

---

**Cognome e nome:**

**Matricola:**

Svolgere i seguenti tre esercizi giustificando, in italiano, i passaggi in modo chiaro e corretto (non si accettano abbreviazioni *stile messaggini*). Menzionare i teoremi che intervengono nella risoluzione degli esercizi.

---

**Esercizio 1**

Determinare i punti estremanti della restrizione di

$$f(x) = |x^2 - 2|$$

all'intervallo  $[-2, 2]$ .

Concludere l'esercizio elencando i punti trovati (in caso contrario non verrà corretto).

---

**Esercizio 2**

Determinare la formula di MacLaurin del settimo ordine della seguente funzione:

$$f(x) = |x|x^7 \cos(3x + 1)e^x + x^5 - x^4 \sin^2 2x$$

N.B. Se si svolgono troppi calcoli significa che non si sta percorrendo la strada più appropriata.

---

**Esercizio 3**

Definire la funzione arctang  $x$  e mostrare che la sua derivata è

$$\frac{1}{1+x^2}$$

---

**Posizione dello studente nell'aula:** (   ,   )

La *posizione* consiste di due numeri naturali (come per gli elementi di una matrice): il primo indica la fila in cui è situato lo studente (il verso è dalla cattedra al fondo dell'aula), il secondo riguarda la colonna (contando a partire dalla sinistra dello studente).

Prova scritta di Analisi Matematica 1  
Corso di laurea in Ingegneria per l'Ambiente e il Territorio  
8/2/05 (a.a. 2004/2005) - Prova n. 2

---

**Cognome e nome:**

**Matricola:**

Svolgere i seguenti tre esercizi giustificando, in italiano, i passaggi in modo chiaro e corretto (non si accettano abbreviazioni *stile messaggini*). Menzionare i teoremi che intervengono nella risoluzione degli esercizi.

---

**Esercizio 1** (vale 20 punti)

Studiare la seguente funzione:

$$f(x) = x + \sqrt{|x^2 - 2|}.$$

Riportare le conclusioni sul modello allegato (in caso contrario l'esercizio non verrà corretto).

---

**Esercizio 2** (vale 10 punti)

Determinare la soluzione dell'equazione differenziale

$$y' + (x + 2)y^2 = 0$$

che verifica la condizione  $y(-2) = 0$ .

---

**Posizione dello studente nell'aula:** (   ,   )

La *posizione* consiste di due numeri naturali (come per gli elementi di una matrice): il primo indica la fila in cui è situato lo studente (il verso è dalla cattedra al fondo dell'aula), il secondo riguarda la colonna (contando a partire dalla sinistra dello studente).

Prova scritta di Analisi Matematica 1  
Corso di laurea in Ingegneria per l'Ambiente e il Territorio  
19/4/05 (a.a. 2004/2005) - Prova n. 3

---

**Cognome e nome:**

**Matricola:**

Svolgere i seguenti tre esercizi giustificando, in italiano, i passaggi in modo chiaro e corretto (non si accettano abbreviazioni *stile messaggini*). Menzionare i teoremi che intervengono nella risoluzione degli esercizi.

---

**Esercizio 1**

Determinare i punti estremanti della restrizione di

$$f(x) = |2 - (x - 1)^2|$$

all'intervallo  $[-1, 3]$ .

Concludere l'esercizio elencando i punti trovati e specificando quali sono di massimo e quali di minimo (in caso contrario l'esercizio non verrà corretto).

---

**Esercizio 2**

Determinare la soluzione generale (in campo reale) della seguente equazione differenziale:

$$y''' - 2y = e^{2x}$$

---

**Esercizio 3**

Provare che se una funzione (reale di variabile reale) ha derivata (identicamente) nulla ed è definita in un intervallo, allora è costante. Dare un esempio di funzione (derivabile) con derivata (identicamente) nulla, ma non costante.

---

**Posizione dello studente nell'aula:** (   ,   )

La *posizione* consiste di due numeri naturali (come per gli elementi di una matrice): il primo indica la fila in cui è situato lo studente (il verso è dalla cattedra al fondo dell'aula), il secondo riguarda la colonna (contando a partire dalla sinistra dello studente).

Prova scritta di Analisi Matematica 1  
Corso di laurea in Ingegneria per l'Ambiente e il Territorio  
28/6/05 (a.a. 2004/2005) - Prova n. 4

---

**Cognome e nome:**

**Matricola:**

Svolgere i seguenti tre esercizi giustificando, in italiano, i passaggi in modo chiaro e corretto (non si accettano abbreviazioni *stile messaggini*). Menzionare i teoremi che intervengono nella risoluzione degli esercizi.

---

**Esercizio 1**

Calcolare il seguente integrale:

$$\int_0^3 |1 - x^2| dx$$

---

**Esercizio 2**

Determinare la soluzione generale (in campo reale) della seguente equazione differenziale:

$$y''' + y = \cos x$$

---

**Esercizio 3**

Provare che una serie geometrica converge se e solo se il valore assoluto della sua ragione è minore di 1.

---

**Posizione dello studente nell'aula:** (   ,   )

La *posizione* consiste di due numeri naturali (come per gli elementi di una matrice): il primo indica la fila in cui è situato lo studente (il verso è dalla cattedra al fondo dell'aula), il secondo riguarda la colonna (contando a partire dalla sinistra dello studente).

Prova scritta di Analisi Matematica 1  
Corso di laurea in Ingegneria per l'Ambiente e il Territorio  
12/7/05 (a.a. 2004/2005) - Prova n. 5

---

**Cognome e nome:**

**Matricola:**

Svolgere i seguenti tre esercizi giustificando, in italiano, i passaggi in modo chiaro e corretto (non si accettano abbreviazioni *stile messaggini*). Menzionare i teoremi che intervengono nella risoluzione degli esercizi.

---

**Esercizio 1**

Determinare l'asintoto sinistro della seguente funzione:

$$f(x) = \sqrt{|x^2 + 2x|}$$

---

**Esercizio 2**

Qual è la massima area, espressa in  $m^2$ , che può avere un triangolo rettangolo, sapendo che la sua ipotenusa misura  $50\text{ cm}$ ?

---

**Esercizio 3**

Provare, mediante il teorema della derivata di una funzione inversa, che la funzione  $g(y) = \sqrt{y}$  è derivabile e calcolarne la derivata.

---

**Posizione dello studente nell'aula:** (   ,   )

La *posizione* consiste di due numeri naturali (come per gli elementi di una matrice): il primo indica la fila in cui è situato lo studente (il verso è dalla cattedra al fondo dell'aula), il secondo riguarda la colonna (contando a partire dalla sinistra dello studente).

Prova scritta di Analisi Matematica 1  
Corso di laurea in Ingegneria per l'Ambiente e il Territorio  
6/9/05 (a.a. 2004/2005) - Prova n. 6

---

**Cognome e nome:**

**Matricola:**

Svolgere i seguenti tre esercizi giustificando, in italiano, i passaggi in modo chiaro e corretto (non si accettano abbreviazioni *stile messaggini*). Menzionare i teoremi che intervengono nella risoluzione degli esercizi.

---

**Esercizio 1**

Determinare i punti estremanti della restrizione di

$$f(x) = |x + 1| \exp x$$

all'intervallo  $[-3, 0]$ .

Concludere l'esercizio elencando i punti trovati e specificando quali sono di massimo e quali di minimo (in caso contrario l'esercizio non verrà corretto).

---

**Esercizio 2**

Determinare il

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x),$$

essendo

$$f(x) := \int_2^x \frac{2}{\sqrt{t} - \sin^2 t} dt$$

---

**Esercizio 3**

Sia  $g$  una primitiva di una funzione  $f$  definita in un intervallo (per semplicità si supponga che tale intervallo coincida con tutto l'asse reale). Provare che ogni altra primitiva di  $f$  si ottiene aggiungendo a  $g$  un'opportuna costante.

---

**Posizione dello studente nell'aula:** (   ,   )

La *posizione* consiste di due numeri naturali (come per gli elementi di una matrice): il primo indica la fila in cui è situato lo studente (il verso è dalla cattedra al fondo dell'aula), il secondo riguarda la colonna (contando a partire dalla sinistra dello studente).

Prova scritta di Analisi Matematica 1  
Corso di laurea in Ingegneria per l'Ambiente e il Territorio  
13/12/05 (a.a. 2004/2005) - Prova n. 7

---

**Cognome e nome:**

**Matricola:**

Svolgere i seguenti tre esercizi giustificando, in italiano, i passaggi in modo chiaro e corretto (non si accettano abbreviazioni *stile messaggini*). Menzionare i teoremi che intervengono nella risoluzione degli esercizi.

---

**Esercizio 1**

Determinare il valore  $y(3)$  della funzione  $y(x)$  definita dalle seguenti condizioni:

$$y' + xy^2 = 0, \quad y(2) = 0.$$

---

**Esercizio 2**

Determinare il carattere della seguente serie:

$$\sum_{k=3}^{+\infty} \arctan(2k\pi)$$

---

**Esercizio 3**

Sia  $f: J \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione definita in un intervallo. Provare che se  $F(x)$  è una primitiva di  $f(x)$ , allora ogni altra primitiva si ottiene aggiungendo ad  $F(x)$  un'opportuna costante. Mostrare con un esempio che tale implicazione è falsa se si rimuove l'ipotesi che  $f$  sia definita in un intervallo.

---

**Posizione dello studente nell'aula:** (   ,   )

La *posizione* consiste di due numeri naturali (come per gli elementi di una matrice): il primo indica la fila in cui è situato lo studente (il verso è dalla cattedra al fondo dell'aula), il secondo riguarda la colonna (contando a partire dalla sinistra dello studente).