

Prova scritta di Analisi Matematica II
Corso di laurea in Ingegneria Informatica
27/03/07 (a.a. 2006/2007) - Prova n. 1

Svolgere i seguenti tre esercizi giustificando i passaggi in modo chiaro e corretto (niente abbreviazioni *stile messaggini*). Menzionare i teoremi che intervengono nella risoluzione degli esercizi.

Esercizio 1

Determinare la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$y'' + 4y = \cos 2x, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0.$$

Esercizio 2

Determinare l'immagine della funzione

$$f(x, y) = \frac{1}{x + y^2}$$

usando esclusivamente la definizione di immagine.

Esercizio 3

Data $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ di classe C^1 , provare che il suo grafico è una superficie di livello regolare.

Cognome e nome: _____

Matricola: _____

Ho superato l'esame di An. Mat. I (firma →) _____

Ho superato l'esame di Geometria (firma →) _____

Posizione dello studente nell'aula: (,)

La *posizione* consiste di due numeri naturali (come per gli elementi di una matrice): il primo indica la fila in cui è situato lo studente (il verso è dalla cattedra al fondo dell'aula), il secondo riguarda la colonna (contando a partire dalla sinistra dello studente).

Prova scritta di Analisi Matematica II
Corso di laurea in Ingegneria Informatica
10/04/07 (a.a. 2006/2007) - Prova n. 2

Svolgere i seguenti tre esercizi giustificando i passaggi in modo chiaro e corretto (niente abbreviazioni *stile messaggini*). Menzionare i teoremi che intervengono nella risoluzione degli esercizi.

Esercizio 1

Calcolare

$$\iint_R |x + y| \, dx dy,$$

dove $R \subseteq \mathbb{R}^2$ è il rettangolo di vertici $(0, 0)$, $(0, -2)$, $(1, -2)$, $(1, 0)$.

Esercizio 2

Determinare il gradiente nel punto $(0, 0)$ della funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sin xy}{y} + \frac{\sin 2xy}{x} & \text{se } xy \neq 0, \\ x + 2y & \text{se } xy = 0. \end{cases}$$

Suggerimento. Ricordarsi della definizione di derivata parziale.

Esercizio 3

Mostrare che il grafico della funzione $f(x, y) = x^2 + y^2 - 1$ è una superficie di livello regolare. Determinare almeno quattro punti appartenenti al suddetto grafico.

Cognome e nome: _____

Matricola: _____

Ho superato l'esame di An. Mat. I (firma \rightarrow) _____

Ho superato l'esame di Geometria (firma \rightarrow) _____

Posizione dello studente nell'aula: (,)

La *posizione* consiste di due numeri naturali (come per gli elementi di una matrice): il primo indica la fila in cui è situato lo studente (il verso è dalla cattedra al fondo dell'aula), il secondo riguarda la colonna (contando a partire dalla sinistra dello studente).

Prova scritta di Analisi Matematica II
Corso di laurea in Ingegneria Informatica
26/06/07 (a.a. 2006/2007) - Prova n. 3

Svolgere i seguenti tre esercizi giustificando i passaggi in modo chiaro e corretto (niente abbreviazioni *stile messaggini*). Menzionare i teoremi che intervengono nella risoluzione degli esercizi.

Esercizio 1

Calcolare

$$\lim_{r \rightarrow +\infty} \iint_{C_r} \frac{2 + x^2 + y^2}{1 + x^2 + y^2} dx dy,$$

dove C_r è il cerchio di raggio r centrato nell'origine di \mathbb{R}^2 .

N.B. C'è un modo per svolgere l'esercizio senza effettuare calcoli.

Esercizio 2

Determinare il dominio della soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = 1 + y^2, \\ y(\pi) = 0. \end{cases}$$

Suggerimento. Ricordarsi della definizione di soluzione di un'equazione differenziale.

Esercizio 3

Scrivere la definizione di immagine di una funzione $f : X \rightarrow Y$ tra due insiemi.

Determinare l'immagine della funzione (reale di due variabili reali) $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, definita da

$$f(x, y) = \frac{2 + \cos y}{x + y^2},$$

usando **esclusivamente** la suddetta definizione.

Per evitare fraintendimenti si ricorda che l'immagine di una funzione f si dice anche *insieme dei valori assunti da f* .

Cognome e nome: _____

Matricola: _____

Ho superato l'esame di An. Mat. I (firma \rightarrow) _____

Ho superato l'esame di Geometria (firma \rightarrow) _____

Posizione dello studente nell'aula: (,)

La *posizione* consiste di due numeri naturali (come per gli elementi di una matrice): il primo indica la fila in cui è situato lo studente (il verso è dalla cattedra al fondo dell'aula), il secondo riguarda la colonna (contando a partire dalla sinistra dello studente).