Valutazione incertezza di categoria B

- La valutazione consiste nell'assegnare alla grandezza x uno scarto tipo σ in base alle informazioni disponibili

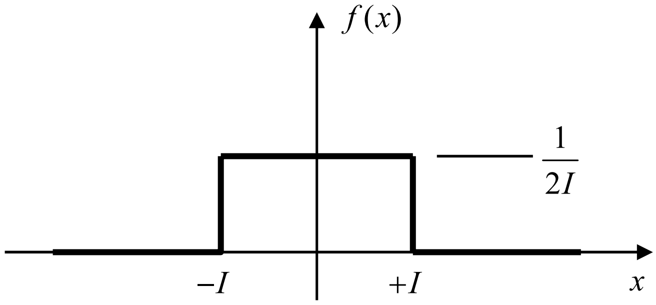
- Le informazioni riguardano:

  1) Gli estremi dell'intervallo in cui si assume che, con elevato *livello di fiducia*, si trovi il valore vero della grandezza. Generalmente l'intervallo è simmetrico e centrato sullo 0 (estremi $-I$, $+I$, tutte le correzioni per gli errori sistematici noti si considerano apportate)
  2) La distribuzione di probabilità della grandezza all'interno dell'intervallo

<u>Nota bene</u>: la distribuzione di probabilità della grandezza non è desunta da una *indagine statistica* sulla grandezza fisica (è, ad esempio, un'indagine statistica la procedura con cui si ottiene, mediante la raccolta e l'analisi di valori di misura, l'istogramma) ma da un *insieme di conoscenze*. Si tratta di assegnare, in base alle conoscenze ricavate da manuali di strumentazione, certificati di taratura, trasmissione orale, esperienza e cultura di chi effettua la valutazione di incertezza, una *distribuzione di probabilità ragionevole*.

Uniforme

Si assegna nel caso di *assenza di informazioni* sulla distribuzione dei valori ragionevolmente attribuibili alla grandezza all'interno dell'intervallo di estremi $\pm I$



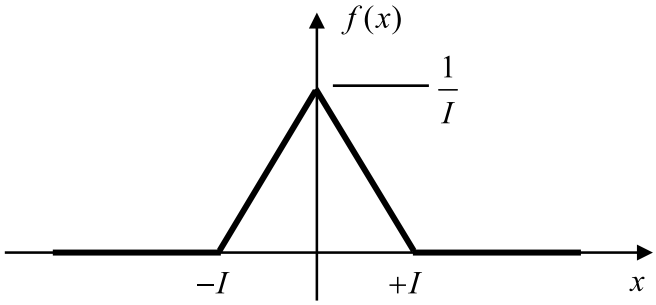
Dalla conoscenza degli estremi dell'intervallo si risale allo scarto tipo mediante la seguente formula

$$\sigma = \frac{I}{\sqrt{3}} \approx 0.58\, I$$

Distribuzioni di probabilità (2 di 11)

Triangolare

Si assegna quando si ritiene che i valori prossimi agli estremi $\pm I$ dell'intervallo siano meno probabili dei valori centrali e non si dispone di altre informazioni



Dagli estremi dell'intervallo si risale allo scarto tipo mediante la formula seguente

$$\sigma = \frac{I}{\sqrt{6}} \approx 0.41\, I$$

Distribuzioni di probabilità (3 di 11)

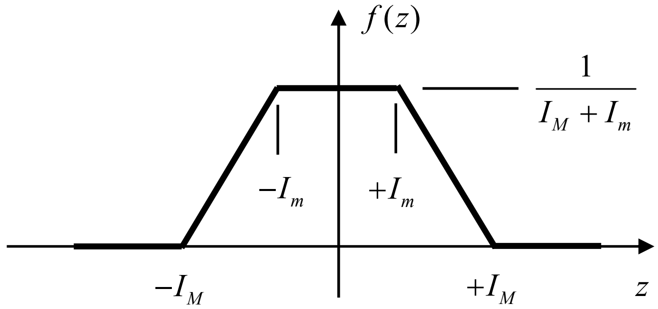
Trapezoidale

E' la distribuzione della somma z di due grandezze x e y indipendenti e distribuite uniformemente. Se con σ_x e σ_y si indica lo scarto tipo di x e y rispettivamente, allora:

$$\sigma_z = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}$$

e

$$I_M = \sqrt{3}\left(\sigma_x + \sigma_y\right), \quad I_m = \sqrt{3}\left|\sigma_x - \sigma_y\right|$$



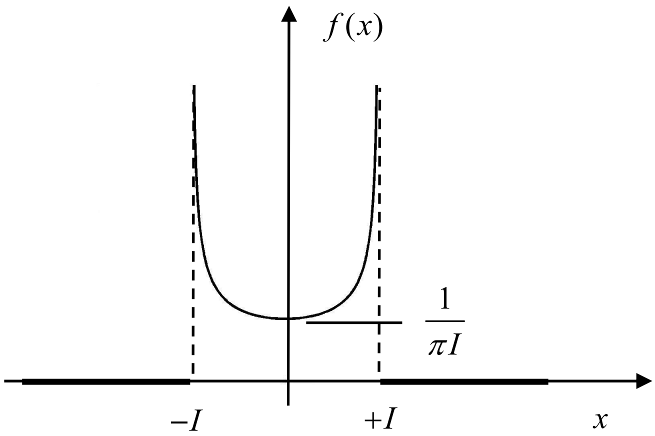
Dai parametri della distribuzione trapezoidale I_M e I_m si risale allo scarto tipo σ_z mediante la formula seguente

$$\sigma_z = \sqrt{\frac{I_M^2 + I_m^2}{6}} \approx 0.41\sqrt{I_M^2 + I_m^2}$$

Distribuzioni di probabilità (4 di 11)

Ad ‘U’

Si assegna quando si ritiene che i valori prossimi agli estremi $\pm I$ dell’intervallo siano più probabili dei valori centrali e non si dispone di altre informazioni



L’espressione analitica della distribuzione di probabilità ad ‘U’

$$f(x) = \frac{1}{\pi\sqrt{I^2 - x^2}} \qquad |x| < I$$

Dagli estremi dell’intervallo si risale allo scarto tipo mediante la seguente formula

$$\sigma = \frac{I}{\sqrt{2}} \approx 0.71\, I$$

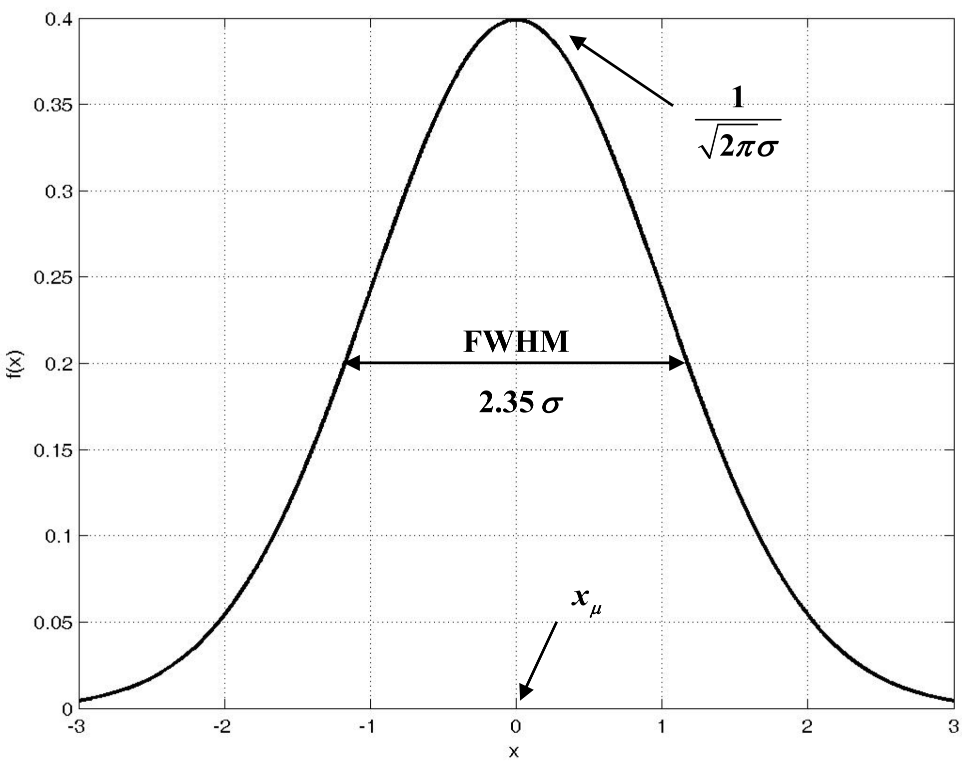
Ad ‘U’ sono distribuiti i valori della parte reale di un numero complesso di ampiezza I e fase distribuita uniformemente fra 0 e π

Distribuzioni di probabilità (5 di 11)

Normale o Gaussiana (1 di 7)
E' la distribuzione di probabilità più popolare. La sua espressione matematica è la seguente

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{\left(x - x_\mu\right)^2}{2\sigma^2} \right)$$

I parametri della distribuzione sono x_μ, il valore atteso, e σ^2, la varianza.



Il parametro FWHM (Full Width at Half Maximum) rappresenta la larghezza della distribuzione a metà ampiezza, ed è pari a $2\sqrt{2\ln 2}\,\sigma \approx 2.35\,\sigma$. In figura è rappresentato il caso $x_\mu = 0$, $\sigma = 1$.

Distribuzioni di probabilità (6 di 11)

Normale o Gaussiana (2 di 7)

La ragione della popolarità della distribuzione normale è attribuibile al *teorema del limite centrale*:

Sia $y = c_1 x_1 + c_2 x_2 + ... + c_N x_N$, dove x_i sono grandezze indipendenti di valore atteso $x_{i\mu}$ e scarto tipo σ_i, e c_i dei coefficienti ($i = 1, 2, ... N$). Se $\left(c_i \sigma_i\right)^2$ sono di ampiezza comparabile e N è di diverse unità allora, *qualunque sia la distribuzione di probabilità delle grandezze* x_i, y ha distribuzione di probabilità approssimativamente normale con valore atteso

$$y_\mu = c_1 x_{1\mu} + c_2 x_{2\mu} + ... + c_N x_{N\mu}$$

e varianza

$$\sigma_y^2 = \left(c_1 \sigma_1\right)^2 + \left(c_2 \sigma_2\right)^2 + ... + \left(c_N \sigma_N\right)^2$$

– Per il teorema del limite centrale la media di misure ripetute e indipendenti di una stessa grandezza (comunque distribuita) ha distribuzione approssimativamente gaussiana

Normale o Gaussiana (3 di 7)

– Le ipotesi del teorema del limite centrale sono soddisfatte da una grandezza generica $q = q\left(x_1, x_2, \ldots x_N\right)$ (funzione qualsiasi di $x_1, x_2, \ldots x_N$, non necessariamente combinazione lineare) se:
   1. la funzione $q\left(x_1, x_2, \ldots x_N\right)$ è ben approssimata dal suo sviluppo al I ordine di Taylor in un intorno sufficientemente ampio del punto $x_{1\mu}, x_{2\mu}, \ldots x_{N\mu}$,
   2. $\left(\frac{\partial q}{\partial x_i}\sigma_i\right)^2$ sono di ampiezza comparabile (derivate parziali valutate nel centro dello sviluppo),
   3. N è di diverse unità.

   Si pone (si tratta di approssimazioni) per il valore atteso

$$q_\mu \approx q\left(x_{1\mu}, x_{2\mu}, \ldots x_{N\mu}\right)$$

   e per la varianza

$$\sigma_q^2 \approx \left(\frac{\partial q}{\partial x_1}\sigma_1\right)^2 + \left(\frac{\partial q}{\partial x_2}\sigma_2\right)^2 + \ldots + \left(\frac{\partial q}{\partial x_N}\sigma_N\right)^2$$

– La distribuzione gaussiana è osservabile sperimentalmente: il rumore termico nei circuiti passivi ed il rumore termico equivalente nei dispositivi e apparati elettronici (in particolare negli strumenti di misura) sono descrivibili con tensioni e correnti casuali con ampiezze distribuite secondo una normale (di valore atteso nullo)