SCHEDE DIDATTICHE

VALUTAZIONE INCERTEZZA DI MISURA

Misure Elettriche – Corso di Laurea in Ingegneria Informatica

Ing. Carlo Carobbi

Terminologia fondamentale (1 di 4)

I principali riferimenti per la terminologia sono:

– International Electrotechnical Commission (IEC), "IEC 60050 - International Electrotechnical Vocabulary (IEV)", 2002

– International Organization for Standardization (ISO), "International Vocabulary of Basic and General Terms in Metrology (VIM)", 1993

Misura: procedimento con cui si determina il valore di una grandezza fisica *sperimentalmente* mediante uno *strumento di misura*

Misurando: particolare grandezza soggetta ad una misura

Risultato di una misura: insieme di valori attribuiti ad un misurando e descritto da: 1) valore del misurando, 2) incertezza, 3) unità di misura

Incertezza di misura: parametro, associato al risultato di una misura, che caratterizza la dispersione dei valori che possono *ragionevolmente* essere attribuiti al misurando

L'incertezza di misura serve a: 1) fornire una indicazione quantitativa dell'attendibilità del risultato di una misura, 2) confrontare due risultati di misura, 3) limitare il rischio di contenzioso fra acquirente e venditore

Terminologia fondamentale (2 di 4)

Il risultato della misura si esprime mediante:

Valore del misurando – Incertezza – Unità di misura

oppure

Intervallo di valori del misurando – Unità di misura

– Il centro dell'intervallo di valori è il valore del misurando, la semi-ampiezza dell'intervallo è l'incertezza

– Noto il valore del misurando e l'incertezza si determina l'intervallo di valori del misurando

Esempi:

- Ampiezza A di una tensione $\quad A = (2.2 \pm 0.3)\,\mathrm{V}$
- Altezza h di una porta $\quad h = 210.2\ \mathrm{cm} \pm 2\ \mathrm{mm}$
- Ampiezza E di una campo elettrico $\quad E = (130 \pm 20)\ \mathrm{mV/m}$

Nel caso del campo elettrico E: il valore del misurando è 130 mV/m, l'incertezza è 20 mV/m, l'intervallo di valori è $(110 \div 150)\,\mathrm{mV/m}$, l'incertezza relativa è 0.154 (15.4 %).

Incertezza relativa: $\dfrac{\text{Incertezza}}{\text{Valore del misurando}}$

Terminologia fondamentale (3 di 4)

Valore vero: il (determinativo) valore di una grandezza che si otterrebbe da una misura perfetta

Nessuna misura può essere perfetta, nessuna realizzazione di una grandezza fisica può essere perfetta, tuttavia il valore vero è un *utile riferimento concettuale*.

Valore convenzionalmente vero: un (indeterminativo) valore attribuito ad una grandezza avente incertezza adeguata per un dato scopo

Può essere un valore realizzato da un *campione di riferimento*, oppure la *migliore stima* di una grandezza (valore di un misurando ottenuto da una misura ritenuta particolarmente attendibile), oppure un *valore accettato per convenzione*, la cui incertezza è nulla o trascurabile. Questo ultimo è il caso delle costanti fisiche fondamentali:

- accelerazione di gravità $g = 9.806\,65$ m/s^2 (valore esatto)
- velocità della luce nel vuoto $c = 299\,792\,458$ m/s (valore esatto)
- permeabilità magnetica del vuoto $4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m (esatto)
- costante di Boltzmann $k = 1.380\,6505 \cdot 10^{-23}$ J/K (incertezza relativa $1.8 \cdot 10^{-6}$)
- carica elementare $e = 1.602\,176\,53 \cdot 10^{-19}$ C (incertezza relativa $8.5 \cdot 10^{-8}$)

Errore assoluto: differenza algebrica fra valore indicato (da uno strumento di misura) e un valore di confronto

Errore relativo: rapporto fra l'errore assoluto e il valore di confronto

Nota: per "errore" ("error" in inglese) non si intende "sbaglio" ("mistake" o "blunder" in inglese) ma lo scarto *inevitabile* fra il risultato di una misura ed il valore vero del misurando

Terminologia fondamentale (4 di 4)

Accuratezza di misura: esprime il grado di accordo tra il risultato di una misura e un *valore convenzionalmente vero* del misurando

Accuratezza di uno strumento di misura: esprime il massimo scarto ottenibile (in condizioni di impiego dello strumento dichiarate dal costruttore) fra il valore indicato dallo strumento ed il valore realizzato da un campione di riferimento

Precisione di uno strumento di misura: esprime il potere risolutivo di uno strumento di misura, cioè il numero di cifre del visore, oppure la finezza della scala graduata

La 'precisione' non deve essere confusa con la 'accuratezza'. Uno strumento di misura può essere molto preciso ma poco accurato e viceversa. Per evitare confusione usare il termine 'risoluzione' anziché 'precisione'.

Risoluzione di uno strumento di misura: è la più piccola variazione del misurando che provoca una variazione nel valore indicato

Negli strumenti con indicazione numerica è il valore corrispondente ad un conteggio della cifra meno significativa. Negli strumenti con indicazione analogica è il valore corrispondente allo scarto fra due tacche successive della scala graduata.

Ripercussione delle incertezze – Somma e Differenza

x e y sono grandezze affette da incertezza. Come si ripercuotono le incertezze di x e y sulla somma $x+y$?

$$x = x_0 \pm \delta x \qquad \text{e} \qquad y = y_0 \pm \delta y$$

– x_0 e y_0: stime delle grandezze x e y
– δx e δy: incertezze delle stime

Sicuramente vale che

$$x_0 + y_0 - \delta x - \delta y \le x + y \le x_0 + y_0 + \delta x + \delta y$$

Si può decidere che l'incertezza della somma $\delta(x+y)$ è $\delta x + \delta y$. Tuttavia se le due grandezze x e y sono state ottenute in modo indipendente l'una dall'altra (si dice che sono due grandezze fra loro *indipendenti*) è estremamente improbabile che: a) siano scartate nella stessa direzione, b) lo scarto sia massimo. La combinazione più ragionevole delle incertezze di grandezze indipendenti è la *somma in quadratur*a

$$\delta(x+y) = \sqrt{(\delta x)^2 + (\delta y)^2}$$

Se si sospetta una *correlazione* fra le grandezze allora

$$\delta(x+y) = \delta x + \delta y$$

In ogni caso

$$\delta(x) + \delta(y) > \sqrt{(\delta x)^2 + (\delta y)^2}$$

Nota: lo stesso risultato vale per l'incertezza della differenza $x - y$

Ripercussione delle incertezze – Prodotto e Rapporto

Come si ripercuote l'incertezza di x e y sul prodotto $z = x \cdot y$?

$$z = \left(x_0 \pm \delta x\right) \cdot \left(y_0 \pm \delta y\right) = x_0 \cdot y_0 \cdot \left(1 \pm \frac{\delta x}{x_0}\right) \cdot \left(1 \pm \frac{\delta y}{y_0}\right)$$

$$\left(z\right)_{\mathrm{MAX}} = z_0 \cdot \left(1 + \frac{\delta x}{x_0} + \frac{\delta y}{y_0} + \frac{\delta x}{x_0} \cdot \frac{\delta y}{y_0}\right)$$

$$\left(z\right)_{\mathrm{min}} = z_0 \cdot \left(1 - \frac{\delta x}{x_0} - \frac{\delta y}{y_0} + \frac{\delta x}{x_0} \cdot \frac{\delta y}{y_0}\right)$$

Si è posto $z_0 = x_0 \cdot y_0$. L'incertezza è la semiampiezza dell'intervallo di valori ammissibili, quindi

$$\delta\left(z\right) = \frac{\left(z\right)_{\mathrm{MAX}} - \left(z\right)_{\mathrm{min}}}{2} = z_0 \cdot \left(\frac{\delta x}{x_0} + \frac{\delta y}{y_0}\right)$$

Per cui si sommano le *incertezze relative*

$$\frac{\delta\left(z\right)}{z_0} = \frac{\delta x}{x_0} + \frac{\delta y}{y_0}$$

Se non si sospetta correlazione fra x e y (cioè sono indipendenti)

$$\frac{\delta\left(z\right)}{z_0} = \sqrt{\left(\frac{\delta x}{x_0}\right)^2 + \left(\frac{\delta y}{y_0}\right)^2}$$

Nota: lo stesso risultato vale per l'incertezza del rapporto x / y

Legge di ripercussione delle incertezze

Assumendo una dipendenza qualsiasi della grandezza q da un numero N qualsiasi di grandezze $x_1, x_2, \ldots x_N$

$$q = q\left(x_1, x_2, \ldots, x_N\right)$$

si ricava, linearizzando q attorno alla stima $x_{01}, x_{02}, \ldots x_{0N}$,

$$\delta q = \left|\frac{\partial q}{\partial x_1}\right| \cdot \delta x_1 + \left|\frac{\partial q}{\partial x_2}\right| \cdot \delta x_2 + \ldots + \left|\frac{\partial q}{\partial x_N}\right| \cdot \delta x_N$$

Se le grandezze $x_1, x_2, \ldots x_N$ sono state determinate in modo indipendente l'una dall'altra le rispettive incertezze si combinano secondo la somma in quadratura

$$\delta q = \sqrt{\left(\frac{\partial q}{\partial x_1} \cdot \delta x_1\right)^2 + \left(\frac{\partial q}{\partial x_2} \cdot \delta x_2\right)^2 + \ldots + \left(\frac{\partial q}{\partial x_N} \cdot \delta x_N\right)^2}$$

– Le derivate parziali $\left|\partial q / \partial x_i\right|$ sono valutate nella stima $x_{01}, x_{02}, \ldots x_{0N}$ e sono dette *coefficienti di sensibilità*
– Dalla legge generale si ricavano le formule particolari viste in precedenza per somma e prodotto
– Particolarmente semplici sono i casi in cui le operazioni coinvolte sono somma, differenza, prodotto, divisione, elevazione a potenza. Conviene valutare la ripercussione delle incertezze in termini assoluti per somma e sottrazione, in termini relativi per prodotto, divisione, elevazione a potenza
– La linearizzazione è consentita se le incertezze sono relativamente piccole

Cifre significative

- L'incertezza quantifica il *dubbio* sulla conoscenza del valore del misurando
- Dell'incertezza si dà una stima
- Nella maggior parte delle applicazioni è sufficiente esprimere l'incertezza con una cifra e comunque in nessun caso ha senso esprimere l'incertezza con più di due cifre. Il numero di cifre che si assegnano al valore o all'intervallo di valori del misurando viene di conseguenza

Esempi:

- 177 ± 7.3482 mV non ha senso, 177 ± 7 mV è corretto
- 13.248 ± 0.2 g non ha senso, 13.2 ± 0.2 g è corretto
- 7.32 ± 0.15 m è corretto

Nel *calcolo elettronico* conviene usare tutte le cifre disponibili (memorizzando i risultati dei passaggi intermedi nelle memorie del calcolatore) per evitare di introdurre nei calcoli errori di arrotondamento, salvo poi esprimere il risultato con i criteri sopra esposti

Incertezza per effetti casuali - Incertezza per effetti sistematici (1 di 4)

Incertezza dovuta a effetti casuali: è associata alla fluttuazione casuale del valore del misurando attorno al proprio valore medio, ottenuto mediante misure ripetute

- E' originata da variazioni casuali del misurando, della risposta dello strumento di misura, delle condizioni ambientali di misura, della percezione dell'operatore
- Si stima mediante misure ripetute

Incertezza dovuta a effetti sistematici: è associata allo scostamento della media dei valori del misurando, ottenuti attraverso misure ripetute, dal valore vero del misurando (in pratica da un valore vero convenzionale)

- E' originata da una non idealità dello strumento di misura (offset, difetto di piattezza della risposta) o della configurazione di misura (f.e.m. di contatto originata da connessione fra metalli diversi), dalla presenza di disturbi a valor medio non nullo (disturbo raddrizzato da un elemento non lineare)
- Lo scostamento è ignoto, se ne può dare una stima mediante una fascia di valori plausibile
- Lo scostamento si stima mediante il confronto fra il valore misurato (eventualmente la media di più valori misurati) e un valore vero convenzionale (migliore stima, campione materiale, valore di riferimento convenzionale)

Incertezza per effetti casuali - Incertezza per effetti sistematici (2 di 4)

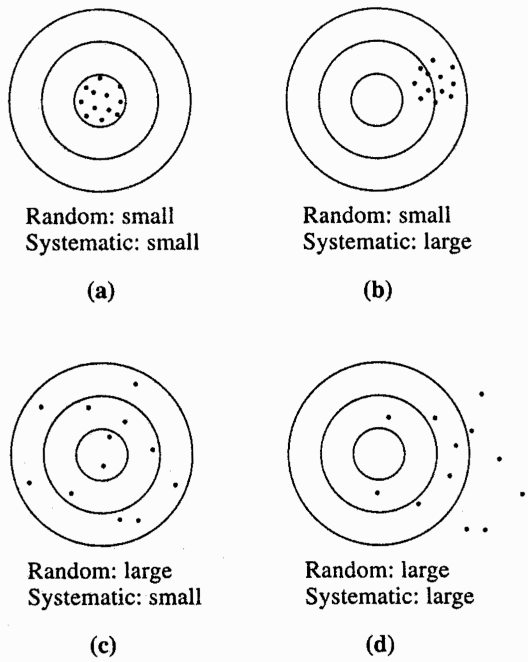


Figure 4.1. Random and systematic errors in target practice. **(a)** Because all shots arrived close to one another, we can tell the random errors are small. Because the distribution of shots is centered on the center of the target, the systematic errors are also small. **(b)** The random errors are still small, but the systematic ones are much larger—the shots are "systematically" off-center toward the right. **(c)** Here, the random errors are large, but the systematic ones are small—the shots are widely scattered but not systematically off-center. **(d)** Here, both random and systematic errors are large.

Estratto da J. Taylor "An Introduction to Error Analysis"

Incertezza per effetti casuali - Incertezza per effetti sistematici (3 di 4)

Chapter 4: Statistical Analysis of Random Uncertainties

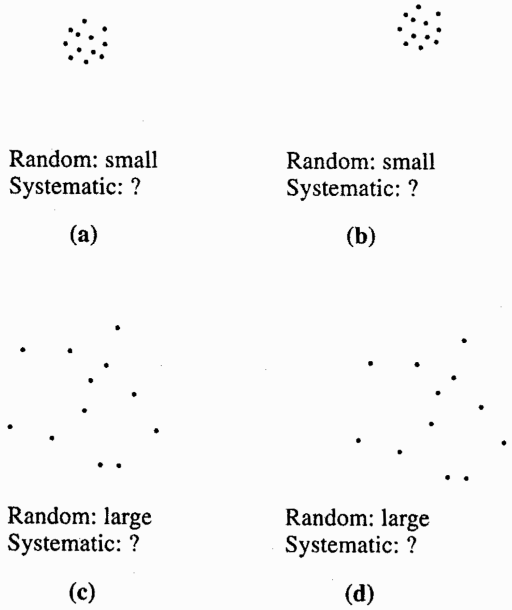


Figure 4.2. The same experiment as in Figure 4.1 redrawn without showing the position of the target. This situation corresponds closely to the one in most real experiments, in which we do not know the true value of the quantity being measured. Here, we can still assess the random errors easily but cannot tell anything about the systematic ones.

Estratto da J. Taylor "An Introduction to Error Analysis"

Incertezza per effetti casuali - Incertezza per effetti sistematici (4 di 4)

La classificazione della natura delle incertezze in sistematica e casuale è utile dal punto di vista concettuale e didattico ma *non ha conseguenze* sul modo con cui si combinano i corrispondenti valori di incertezza: le incertezze originate da cause *indipendenti si sommano in quadratura*, quelle originate da cause *correlate si sommano in valore assoluto* (a prescindere dalla natura casuale o sistematica)

<u>Esempi</u>

- Misure di tempo nelle gare sportive, con cronometro con risoluzione $\frac{1}{100}$ s, azionato manualmente: sono misure indipendenti (la misura di durata di una gara non influenza la misura di durata di un'altra gara), l'incertezza dominante è di natura casuale (tempo di reazione del cronometrista superiore alla risoluzione del cronometro). L'incertezza della differenza di due tempi di gara è la somma in quadratura delle incertezze
- Misure di lunghezze diverse con lo stesso metro, la cui lunghezza è scartata dalla lunghezza di un campione di riferimento più della sua stessa risoluzione: sono misure correlate (le misure sono sempre in eccesso o in difetto), l'incertezza dominante è di natura sistematica. L'incertezza della differenza di due lunghezze misurate è la somma in valore assoluto delle incertezze
- Misure di una stessa resistenza effettuate con due strumenti diversi. Ripetendo le misure con ciascuno dei due strumenti il valore letto non cambia apprezzabilmente. Quindi l'incertezza dominante è di natura sistematica. Le incertezze sono ricavabili dalle specifiche di accuratezza dei due strumenti e sono indipendenti. Se lo scarto dei valori letti è inferiore alla somma in quadratura delle incertezze i due strumenti forniscono misure *compatibili* della stessa resistenza
- Misura di una resistenza di terra disturbata dalla f.e.m. indotta dal flusso di un campo magnetico indesiderato che concatena la spira voltmetrica: le letture variano casualmente dando origine ad un'incertezza di natura casuale che si somma in quadratura con l'incertezza di natura sistematica ricavabile dalla specifica di accuratezza dello strumento

Valutazione di categoria A e di categoria B (1 di 3)

Dalla pubblicazione della “Guida all’espressione dell’incertezza di misura” da parte di ISO (nota brevemente come GUM, anno 1995) viene scoraggiato l’uso, in ambito tecnico, della classificazione casuale/sistematico e dei termini valore vero ed errore per i seguenti motivi:

1. La classificazione casuale/sistematico è ambigua. Una componente di incertezza che viene considerata di natura sistematica in un certo esperimento può diventare casuale in un altro esperimento e viceversa. Ad esempio la non piattezza della risposta in frequenza di un voltmetro dà origine ad un errore sistematico se si confrontano misure di diverse ampiezze di tensione effettuate con lo stesso voltmetro (alla stessa frequenza), casuale se si confrontano misure della stessa tensione con esemplari diversi dello stesso voltmetro (stesso costruttore, stesso modello)
2. Il valore vero non può essere determinato sperimentalmente (e quindi neanche l’errore) e la misura è un processo sperimentale. Appare poco convincente che un fondamento concettuale della misura (il valore vero) sia al di fuori dell’ambito conoscitivo della misura stessa

L’approccio attuale prevede di distinguere i *metodi* di valutazione delle incertezze (categoria A e categoria B, vedi dopo) ma non le incertezze stesse

Valutazione di categoria A e di categoria B (2 di 3)

Valutazione dell'incertezza di categoria A: metodo di valutazione dell'incertezza per mezzo dell'analisi statistica di serie di valori misurati (GUM)

– L'analisi statistica di una serie (campione) di N valori misurati (osservazioni) x_i, con $i = 1, 2, ...N$ consiste nel determinare la *migliore stima* del valore misurato mediante la *media aritmetica* x_m del campione

$$x_m = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$$

e l'incertezza della migliore stima mediante lo *scarto tipo sperimentale della media*

$$s_m = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)}\sum_{i=1}^{N}(x_i - x_m)^2}$$

– L'*incertezza dell'incertezza* si può stimare con la seguente formula[1]

$$\frac{\delta s_m}{s_m} = \frac{1}{\sqrt{2(N-1)}}$$

Valutazione dell'incertezza di categoria B: metodo di valutazione dell'incertezza con mezzi diversi dall'analisi statistica di serie di osservazioni (GUM)

– Con mezzi diversi si intende facendo ricorso a *informazioni* ricavate da manuali di strumentazione, dati di taratura, esperienza e cultura di chi effettua la misura
– L'incertezza valutata con il metodo di categoria B si stima con uno *scarto tipo* (come categoria A)

[1] La formula è un'approssimazione più che accettabile per $N > 10$. Per $N = 10, 5, 4, 3, 2$ i rispettivi valori, in percento, della incertezza relativa sono: 23, 34, 39, 46, 60.

Valutazione di categoria A e di categoria B (3 di 3)

– La classificazione categoria A/categoria B specifica il *metodo di valutazione* non la *natura* delle incertezze

– La definizione categoria A/categoria B può essere così rovesciata: le componenti di incertezza che possono essere ristrette aumentando il numero N delle misurazioni si dicono di tipo A, le altre sono di tipo B (fonte: EN 60359 "Electrical and electronic measurement equipment – Expression of performance", 2002). Il perché del fatto che, all'aumentare di N, le incertezze di tipo A diminuiscono sarà chiaro più avanti

– Affinché le incertezze valutate con metodi di categoria A e di tipo B possano essere combinate (ad esempio mediante la legge di ripercussione dell'incertezza) devono essere espresse con *grandezze omogenee*, cioè in termini di *scarto tipo*. Questo assicura che il risultato della combinazione è ancora uno scarto tipo. Vedremo più avanti come esprimere le incertezze di categoria B in termini di scarto tipo

<u>Nota 1</u>: La classificazione categoria A/categoria B riflette due distinte definizioni della probabilità: 1) *Definizione frequentistica*: la probabilità è il limite della frequenza relativa osservata del ripetersi di un certo evento (numero di volte in cui l'evento si è verificato sul totale numero totale dei tentativi). 2) *Definizione classica* o *a-priori*: rapporto stabilito a-priori (non determinato sperimentalmente) fra casi favorevoli all'evento e casi possibili. Nessuna delle due definizioni è esente da difetti. La prima è una definizione basata sull'esperienza collettiva, tuttavia il limite deve essere accettato come ipotesi, non è certo sperimentabile. La seconda è una definizione basata sulla interpretazione soggettiva della probabilità come misura del grado di conoscenza del verificarsi di un evento.

<u>Nota 2</u>: Di fatto l'abbandono della classificazione casuale/sistematico, e della terminologia valore vero ed errore in favore di categoria A/categoria B e incertezza non è indolore, anche per gli addetti ai lavori (se non altro perché la prima è ben consolidata e didatticamente efficace). Probabilmente le due posizioni dovranno ancora convivere.

Uso del calcolatore

Anche le calcolatrici tascabili scientifiche più comuni dispongono delle funzioni di calcolo di media e *scarto tipo sperimentale* (o *del campione*). Lo scarto tipo del campione s è così definito:

$$s = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}\left(x_i - x_m\right)^2}$$

Il quadrato dello scarto tipo, s^2, è detto *varianza sperimentale*. Si osservi che

$$x_m = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i \qquad s^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N} x_i^2 - \frac{1}{N\left(N-1\right)}\left(\sum_{i=1}^{N} x_i\right)^2 \qquad (1)$$

Il calcolatore determina le tre quantità N, $\sum_{i=1}^{N} x_i$, $\sum_{i=1}^{N} x_i^2$ e le memorizza in dei registri interni. Da queste tre quantità il calcolatore calcola media e scarto tipo mediante le formule (1). Media e scarto tipo vengono aggiornati e resi disponibili via via che le osservazioni x_i vengono inserite

Esercizio sull'uso del calcolatore

Calcolare media, scarto tipo del campione, scarto tipo della media per le seguenti tre serie di 20 misure della stessa grandezza fisica

Prima serie:

-1.4324 -1.8308 1.2479 0.3990 0.6546 -1.4478 -0.5779 2.1130 -1.2415 -1.1276 -1.0043 -0.1112 0.0298 -0.3962 -1.7468 0.8481 1.8629 -0.6541 -0.9875 0.9119

Seconda serie:

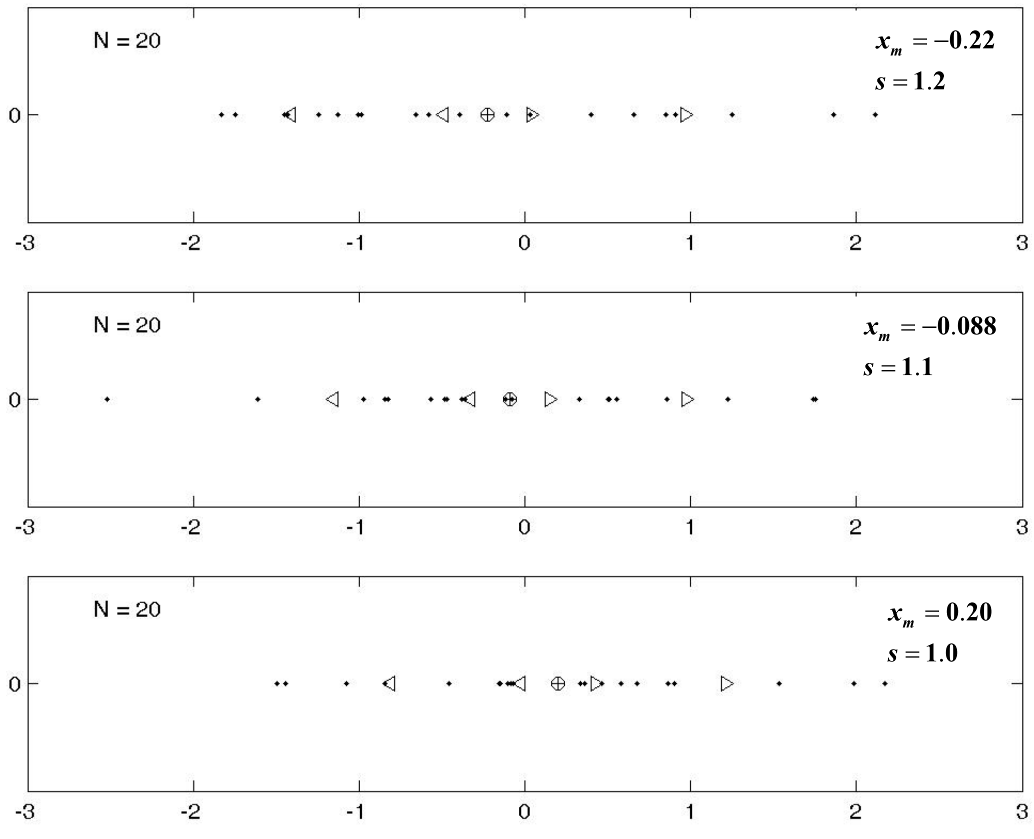
-0.3788 0.5020 -0.9750 -0.4698 1.7508 1.7384 0.5569 -0.8254 0.8591 -0.0793 -0.8467 -0.3628 0.5105 -1.6122 0.3313 -0.1149 -0.5653 1.2228 -2.5215 -0.4822

Terza serie:

0.8606 -1.4418 -0.8455 0.9024 -0.1545 -0.4546 2.1743 -1.0775 -1.4926 0.4623 -0.1460 1.5370 0.3632 0.5784 0.6785 -0.0866 1.9852 0.3377 -0.1019 -0.0682

Valore medio, scarto tipo del campione, scarto tipo della media di *N* misure

In figura è mostrato il risultato dell'acquisizione di tre serie di $N = 20$ valori misurati x_i ($i = 1, 2, \cdots 20$), rappresentati con punti nell'intervallo $(-3, +3)$. In ciascuno dei tre grafici sono forniti, in alto a destra, il valore della media x_m e dello scarto tipo s. Con simboli sono identificati la media (cerchietto e croce), e gli estremi degli intervalli $x_m \pm s$ (con < e >, più esterni) e $x_m \pm s / \sqrt{N}$ (ancora < e >, più interni). La dispersione relativa attesa sullo scarto tipo è $1/\sqrt{2(N-1)} = 0.16$.



(i valori x_i in realtà non sono stati misurati ma sono stati ottenuti da un *generatore di numeri casuali*, e sono distribuiti con *densità di probabilità normale* a media nulla e varianza pari a 1)

Significato di scarto tipo del campione e scarto tipo della media

Scarto tipo del campione

- Lo scarto tipo del campione s rappresenta la dispersione (in termini di scarto quadratico medio) degli N valori osservati x_i attorno al valore medio x_m
- Conoscendo la media x_m e lo scarto tipo del campione s (oltre alla distribuzione degli x_i, ad esempio gaussiana) si può rispondere a domande del tipo: qual è la probabilità di imbattersi in un valore osservato della grandezza x maggiore di …, oppure minore di …, oppure compreso fra …

Scarto tipo della media

- Lo scarto tipo della media s_m rappresenta la dispersione delle medie x_m che si otterrebbero ripetendo più volte l'esperimento con cui si ottengono le N osservazioni x_i. Le medie x_m ottenute dai vari esperimenti sono distribuite attorno al valore medio (*valore atteso*) x_μ che si otterrebbe da un (ipotetico) esperimento in cui si effettuano *infinite* misure
- Conoscendo la media x_m e lo scarto tipo della media s_m (oltre alla distribuzione delle medie x_m, ad esempio la distribuzione '*t* di Student') si può rispondere a domande del tipo: qual è la probabilità che x_μ sia superiore a …, oppure inferiore a …, oppure compreso fra …
- Dato che al crescere di N la media x_m tende a x_μ, la corrispondente dispersione s_m tende a zero (mentre s tende a σ, lo scarto tipo 'vero' della grandezza x). Al crescere di N, s_m decresce proporzionalmente a $1/\sqrt{N}$
- Se i contributi di incertezza di categoria B si possono ritenere trascurabili rispetto ai contributi di categoria A allora x_μ rappresenta il *valore vero convenzionale* della grandezza x